المركز الجامعي لتيبازة
معهد العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

امتحان احصاء 3 **جميع التخصصات** **التاريخ : جانفي 2023**

الاسم: **اللقب:** **التخصص:** **الفوج:** **رقم التسجيل :**

التمرين 1:

لنعتبر مجتمع احصائي متكون من ثلاث عناصر $N=3$ هي: $\{4, 5, 6\}$

1. احسب متوسط هذا المجتمع وكذا انحرافه المعياري.
2. نسحب عينة ذات حجم $n=2$. اذا اعتبرنا المعاينة غير نفادية :

- ما هو عدد العينات التي يمكن سحبها من هذا المجتمع؟
- حدد هذه العينات.
- اعط توزيع المعاينة للمتوسطات.
- احسب متوسط توزيع المعاينة للمتوسطات.
- احسب الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للمتوسطات.
- قارن بين النتائج.

الحل:

1. متوسط المجتمع و انحرافه المعياري

$$\mu = \sum_{i=1}^{3} \frac{X_i}{3} = 5 \quad (0.25 + 0.5)$$

$$\delta^2 = \frac{1}{3} . \sum_{i=1}^{3} (X_i - \bar{X})^2 = 0.66 \ (0.25 + 0.5)$$

الانحراف المعياري: 0.5 $\delta = \sqrt{\delta^2} = 0.81$

2. المعاينة غير نفادية:

- عدد العينات : $9 = 3^2 = N^n$ 0.5
- تحديد العينات: 1.25

4, 4	4, 5	4, 6
5, 4	5, 5	5, 6
6, 4	6, 5	6, 6

- توزيع المعاينة للمتوسطات 1.25

4	4.5	5
4.5	5	5.5
5	5.5	6

- متوسط توزيع المهاينة للمتوسطات :

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{9} \frac{\bar{X}_i}{9} = 5 \ (0.25 + 0.5)$$

- الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للمتوسطات :

$$S^2 = \frac{1}{9} . \sum_{i=1}^{3} (\bar{X}_i - \bar{X})^2 = 0.33 \ (0.25 + 0.5)$$

أي أن الانحراف المعياري

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{0.33} = 0.57 \quad 0.5$$

- **المقارنة بين النتائج :**

نلاحظ أنه في حالة معاينة غير نفادية فان :

- متوسط المجتمع الاحصائي يساوس متوسط توزيع المعاينة للمتوسطات $\mu = \bar{X}$ 0.5 .

و

- تباين متوسط المعاينة للمتوسطات يساوي لتباين المجتمع الاحصائي مقسوما على حجم العينة $S^2 = \frac{\delta^2}{n}$ 0.5 .

لتمرين 2 :

متوسط عمر200 مصباح مأخوذة عشوائيا من 80000 مصباح هو 900 ساعة و انحرافها المعياري هو 100 ساعة.

1- ما هي احصائية المقدر النقطي لمتوسط أعمار المصابيح و ما هي قيمته.
2- هل يعتبر هذا المقدر متحيزا أو غير متحيزا ؟ علل اجابتك ؟
3- أوجد مجال الثقة 95% لمتوسط أعمار المصابيح .
4- أوجد مجال الثقة 99% لمتوسط أعمار المصابيح.
5- قارن بين نتائج السؤالين 3 و 4. ماذا تستنتج ؟

الحل :

1- الاحصائية هي : المتوسط الحسابي لعينة الدراسة 0.5
قيمتها $\bar{X} = 900$ 0.5
2- *هذا المقدر هو مقدر غير متحيز* 0.5
لان : $E(\bar{X}) = \mu$ 0.5
3- مجال الثقة 95% لمتوسط أعمار المصابيح :

لدينا : $\frac{n}{N} = \frac{200}{80000} = 0.0025 < 0.05$ 0.5

و عليه: فالمعاينة تعتبر غير نفادية 0.5
و بما أن تباين المجتمع مجهول 0.5
فان مجال الثقة ل μ هو :

$$\left[\bar{X} - z_c \frac{s'}{\sqrt{n}},\ \bar{X} + z_c \frac{s'}{\sqrt{n}}\right]$$ 0.5

=

$$\left[900 - 1.96.\frac{100}{\sqrt{200}}, 900 + 1.96.\frac{100}{\sqrt{200}}\right]$$ 0.5

=

[886,14 ; 913,86] 0.5

4- مجال الثقة 99% لمتوسط أعمار المصابيح

$$\left[900 - 2.58.\frac{100}{\sqrt{200}}, 900 + 2.58.\frac{100}{\sqrt{200}}\right]$$ 0.5

=

[881.75 ; 918.24] 0.5

5- المقارنة بين نتئج السؤالين 3 و 4
نلاحظ أن مجال الثقة لدرجة ثقة 99% أكثر اتساعا من مجال الثقة لدرجة ثقة 95% . 0.5
الاستنتاج : كلما كان مستوى الثقة أقل (درجة الخطأ أكبر) فان مجال الثقة يكون أصغر و أكثر دقة. 0.5

التمرين 3 :

تعد العبارات الاتية خاطئة. صححها **(1 نقطة لكل عبارة)**

1. في حالة السحب بالارجاع، فان متوسط المجتمع الاحصائي يساوي متوسط المعاينة للمتوسطات .
2. في حالة معاينة نفادية، فان تباين متوسط المتوسطات للمعاينة يساوي لتباين المجتمع الاحصائي مقسوما على حجم العينة (n) و مضروبا في $(\frac{N-n}{N-1})$
3. يعد التقدير بمجال الثقة تقديرا مثاليا لمعالم المجتمع الاحضائي.
4. في حالة معاينة غير نفادية، فان تباين متوسط المعاينة للمتوسطات يساوي لتباين المجتمع الاحصائي مقسوما على حجم العينة (n) .
5. اذا كان لدينا مجتمع احصائي بمتوسط μ و تباين σ^2 و لكنه لا يتبع التوزيع الطبيعي . و اذا كان حجم العينة $(n \geq 30)$ ، فان المتغيرة المعيارية $Z = (\bar{X} - \mu)/(\sigma/\sqrt{n})$ تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي ل 0 و بتباين يساوي ل 1 .