الحل النموذجي لامتحان الدورة العادية للسداسي الثالث 2022/2021

المسألة (6 نقاط) :

1) **متغيرات القرار:**

- ✓ x_1: عدد الوحدات المستعملة (باللتر) من المشروب A (0.25 ن)
- ✓ x_2: عدد الوحدات المستعملة (باللتر) من المشروب B (0.25ن)
- ✓ x_3:عدد الوحدات المستعملة (باللتر) من المشروب C (0.25 ن)
- ✓ x_4: عدد الوحدات المستعملة (باللتر) من المشروب D (0.25ن)
- ✓ x_5: عدد الوحدات المستعملة(باللتر) من المشروب E (0.25ن)

2) **دالة الهدف:** $MinZ = 150\,x_1 + 75\,x_1 + 200x_3 + 175x_4 + 25x_5$

3) **القيود:**

- ✓ قيد نسبة عصير البرتقال : الاحتياجات الاجمالية على الأقل= 100 ل= (500) 20%

عصيرنسبة البرتقال $0,4x_1 + 0,55x_2 + x_3 \geq 100$ل

- ✓ قيد نسبة عصير الليمون الهندي : الاحتياجات الاجمالية على الأقل= 50 ل= (500) 10%

) نسب عصير الليمون $0,4\,x_1 + 0,15x_2 + x_4 \geq 50$ل

- ✓ قيد نسبة عصير التوت : الاحتياجات الاجمالية على الأكثر= 25 ل=(500) 5%

نسبة عصير التوت $0,2\,x_1 + 0,3x_2 \leq 25$ل

- ✓ قيد الكمية الاجمالية لعصير Punch : الاحتياجات الاجمالية 500 ل

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 500$ ل

4) شرط عدم السلبية : $x_1 ،x_2 ،x_3 ،x_4 ،x_5 \geq 0$

5) وعليه يكون البرنامج الرياضي الخطي كالتالي:

$$MinZ = 150\,x_1 + 75\,x_1 + 200x_3 + 175x_4 + 25x_5 \;(1\text{ن})$$

$$S/C\begin{cases} 0,4\,x_1 + 0,55x_2 + x_3 \geq 100 \;(0.5\text{ن}) \\ 0,4\,x_1 + 0,15x_2 + x_4 \geq 50 \;(0.5\text{ن}) \\ 0,2\,x_1 + 0,3x_2 \leq 25 \;(0.5\text{ن}) \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 500 \;(0.5\text{ن}) \\ x_1 \leq 200 \;(0.25\text{ن}) \\ x_2 \leq 400 \;(0.25\text{ن}) \\ x_3 \leq 100 \;(0.25\text{ن}) \\ x_4 \leq 50 \;(0.25\text{ن}) \\ x_5 \leq 800 \;(0.25\text{ن}) \\ x_1 ،x_2 ،x_3 ،x_4 ،x_5 \geq 0 \;(0.5\text{ن}) \end{cases}$$

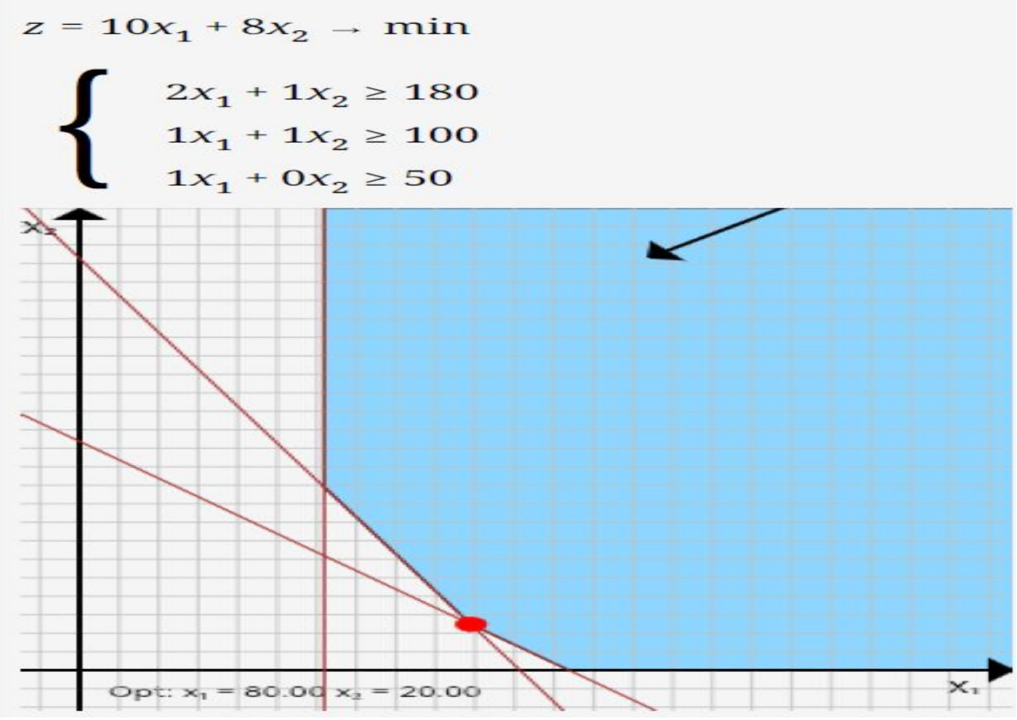
التمرين الأول (6 نقاط) : حل بيانيا البرنامج الرياضي التالي:

$$Min\ \ Z = 10X_1 + 8X_2$$

$$S/C \begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 180 \\ x_1 + x_2 \geq 100 \\ x_1 \geq 50 \\ x_2 \geq 0 \\ x_1 ، x_2 \geq 0 \end{cases}$$

جدول النقاط المساعدة للرسم		
المعادلات	x_1	x_2
$2x_1 + x_2 = 180$ (0.5ن)	0	180
	90	0
(0.5ن) $x_1 + x_2 = 100$	0	100
	100	0
(0.5ن) $x_1 = 50$	50	0
	50	50
(0.5ن) $\boldsymbol{Z} = 10X_1 + 8X_2 = \boldsymbol{0}$	0	0
	80	- 100

التمثيل البياني : (3ن)



بعد رسم كل معادلة على حدة، نقوم بتحديد المنطقة المقبولة بالنسبة لكل متراجحة ونشطب المنطقة المرفوضة وبالتالي تتحصل على منطقة الحلول الممكنة، أفضل قيمة لدالة الهدف وهو الحل الأمثل $x_1 = 80, x_2 = 20, Z = 960$.

وهذا معناه أنه عند النقطة تتحقق أقل قيمة ممكنة لدالة الهدف، فإن الحل الأمثل يساوي Z=960. (1ن)

التمرين الثاني (8 نقاط): حل البرنامج الرياضي التالي باستخدام M الكبيرة (La méthode du Big M):

كتابة البرنامج على الشكل القانوني: (1ن)

$$Max\ \ Z = 10X_1 + 5X_2 - M\sum y_i$$

$$S/C \begin{cases} 2x_1 + x_2 + s_1 = 200 \\ x_1 + x_2 - s_2 + y_1 = 100 \\ x_1 + s_3 = 50 \\ x_1 ، x_2 \geq 0 \text{ متغيرات القرار} \\ s_1 ، s_2 ، s_3 \geq 0 \text{ متغيرات الفجوة} \\ y_1 \geq 0 \text{ متغيرات اصطناعية} \end{cases}$$

$$Z = 10X_1 + 5X_2 - M\sum y_i$$

$$y_1 = -x_1 - x_2 + s_2 + 100$$

$$Z = (M+10)X_1 + (M+5)X_2 - M\ s_2 - 100\ M$$

$$Z + (-M-10)X_1 + (-M-5)X_2 + M\ s_2 = -100\ M$$

الجدول الأول : (1ن)

المتغير الداخل VE

عنصر الارتكاز Pivot

المتغير الخارج VS

VHB / VB	X_1	X_2	S_1	s_2	s_3	y_1	b_i	b_i/a_{ij}
s_1	2	1	1	0	0	0	200	100
y_1	1	1	0	-1	0	1	100	100
s_3	1	0	0	0	1	0	50	50
Z_j- C_j	$-M-10$	$-M-5$	0	M	0	0	-100 M	/

الجدول الثاني: (1ن)

المتغير الداخل VE

عنصر الارتكاز Pivot

المتغير الخارج VS

VHB / VB	X1	X2	S1	s_2	s_3	y_1	bi	bi/aij
s_1	0	1	1	0	- 2	0	100	100
y_1	0	1	0	-1	- 1	1	50	50
X1	1	0	0	0	1	0	50	/
Zj- Cj	0	$-M-5$	0	M	M+10	0	-50 M+500	/

الجدول الثالث: (1ن)

المتغير الخارج VS

المتغير الداخل VE

عنصر الارتكاز Pivot

VHB / VB	X_1	X_2	S_1	s_2	s_3	b_i	b_i/a_{ij}
s_1	0	0	1	1	-1	50	50
X_2	0	1	0	-1	-1	50	-50
X_1	1	0	0	0	1	50	/
Z_j- C_j	0	0	0	-5	5	750	/

الجدول الرابع: (2ن)

VHB / VB	X_1	X_2	S_1	s_2	s_3	b_i
s_2	0	0	1	1	-1	50
X_2	0	1	1	0	-2	100
X_1	1	0	0	0	1	50
Z_j- C_j	0	0	5	0	0	1000

نلاحظ أن شرط الأمثلية محقق، وهو أن جميع معاملات دالة الهدف سالبة أو معدومة ($Z_j - C_j \leq 0$) تدنئة حالة ($Cas de Minimisation$) و هذا يعني أن الحل الأمثل هو: (1ن)

$Z^* = 10X_1^* + 5X_2^* = 1000$ $X_1^* = 100$, $X_2^* = 50$, $S_1^* = 0$, $S_2^* = 50$, $S_3^* = 0$

كما نلاحظ أن شرط الأمثلية محقق، وفي ذات الوقت نلاحظ أن أحد المتغيرات خارج الأساس و هو (S_3) ذو معامل صفري في سطر دالة الهدف ($Z_j - C_j$) وعليه يوجد حل بديل لهذا الحل أي أن الحل متعدد. (1ن)