المركز الجامعي تيبازة (معهد العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير) (2022-2023)(المدة:ساعة ونصف) الفوج:.....

امتحان السداسي الثاني في الإحصاء 2 للسنة الأولى (01-18):الاسم: .....اللقب: .....

التمرين الأول: توظيف لصالح شركة متعددة الجنسيات جديدة، 35 % من الموظفين اختيروا لشغل مناصب إدارية (C) و65 % لمناصب التسويق(D)، 60 % من عمال الإدارة جزائريين (A) والباقي من جنسيات أخرى(B)، 80 % من عمال التسويق جزائريين (A) والباقي من جنسيات أخرى(B). نسحب موظف بطريقة عشوائية (نفترض أن الاحتمالات متساوية).

- أحسب احتمال أن يكون جزائري (A): $P(A)=P(C\cap A)+P(D\cap A)$ (0,5)

$=0,35\cdot 0,60+0,65\cdot 0,80=0,21+0,52=\boxed{0,73}$ (0,5)

- أحسب احتمال أن يكون من جنسيات مختلفة (B): $P(B)=1-P(A)=1-0,73=0,27$ (0,5) (0,5)

- لنفرض أن الموظف جزائري، ما هو احتمال أن يكون:

- من عمال الإدارة. $P(C/A)=\dfrac{P(C)\cdot P(A/C)}{P(A)}=\dfrac{0,35\cdot 0,60}{0,73}=\dfrac{0,21}{0,73}=0,2876$ (0,5) (0,5)

- من عمال التسويق. $P(D/A)=\dfrac{P(D)\cdot P(D\cap A)}{P(A)}=\dfrac{0,65\cdot 0,80}{0,73}=\dfrac{0,52}{0,73}=0,7123$ (0,5) (0,5)

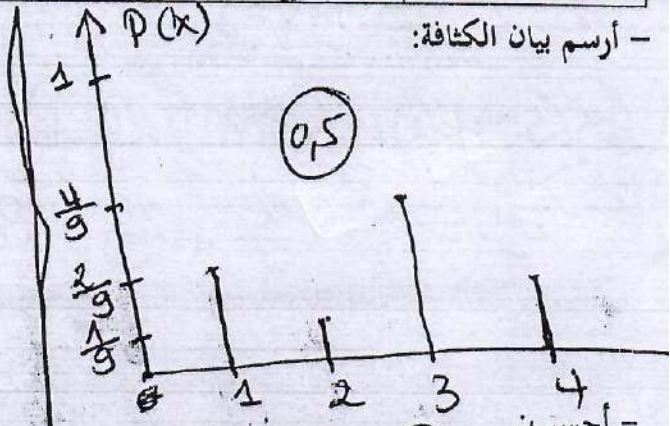
التمرين الثاني: في كيس 9 كريات مرقمة من 01 إلى 4، كرتين مرقمة (1)، كرية واحدة رقم (2)، أربع كريات رقم (3)، كريتان رقم (4)، نسحب كرية واحدة عشوائيا بحث X الرقم المحصل عليه:

- أعطي فضاء العينة Ω: $\Omega=\{1,2,3,4\}$ (0,5)

- أعطي التوزيع الاحتمالي لـ X:

X	1	2	3	4	Σ
P(X)	2/9	1/9	4/9	2/9	1
$xP(x)$	2/9	2/9	12/9	8/9	$\frac{24}{9}=\frac{8}{3}=E(X)$
$x^2P(x)$	2/9	4/9	36/9	32/9	$\frac{74}{9}=E(X^2)$
F(X)	2/9	3/9	7/9	9/9=1	

- أرسم بيان الكثافة:



(0,5)

- أعطي دالة التوزيع:

$$F(x)=\begin{cases}0 & x<1\\ 2/9 & 1\le x<2\\ 3/9 & 2\le x<3\\ 7/9 & 3\le x<4\\ 1 & x\ge 4\end{cases}$$ (0,5)

- أحسب:

$P(X\le 2)=P(X=1 \text{ أو } X=2)=\frac{2}{9}+\frac{1}{9}=\frac{3}{9}=F(2)$ (0,5)

$P(X\le 3)=P(X=1 \text{ أو } X=2 \text{ أو } X=3)=\frac{2}{9}+\frac{1}{9}+\frac{4}{9}=\frac{7}{9}=F(3)$ (0,5)

$P(X>3) = 1 - F(3) = 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$ (0,5)

$E(X) = \frac{8}{3} = \sum x p(x)$ (0,5)

$E(X^2) = \frac{74}{9} = \sum x^2 p(x)$ (0,5)

$V(X) = E(x^2) - [E(x)]^2$ (0,5) $= \frac{74}{9} - \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{74-64}{9} = \frac{10}{9}$ (0,5)

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$ (0,5) $= \sqrt{\frac{10}{9}} = \frac{\sqrt{10}}{3}$ (0,5)

لتكن المتغيرة العشوائية Y، بحيث $Y = 3X - 1$، أحسب:

$E(Y) = 3E(X) - 1 = 3\left(\frac{8}{3}\right) - 1 = \boxed{7}$ (0,5)

$V(Y) = 9V(X) = 9\left(\frac{\sqrt{10}}{9}\right) = \boxed{10}$ (0,5)

التمرين الثالث: ليكن X متغير عشوائي ممثلا بدالة الكثافة التالية:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{3}x - \frac{1}{2}, & 1 \le x < 5 \\ 0, & \text{si non} \end{cases}$$ (0,5)

- أوجد قيمة الثابت C:

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{1} 0\,dx + \int_{1}^{5}\left(\frac{c}{3}x - \frac{1}{2}\right)dx + \int_{5}^{+\infty} 0\,dx$ (0,5)

$= \left[\frac{c}{6}x^2 - \frac{x}{2}\right]_1^5 = \left(\frac{c}{6} - \frac{1}{2}\right)^4 = 4c - 2 = 1 \Leftrightarrow \boxed{c = \frac{3}{4}}$ (0,5)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}, & 1 \le x \le 5 \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$$

- أحسب توقع المتغيرة العشوائية E(X):

$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f x\,dx = \int_{-\infty}^{1} 0x\,dx + \int_{1}^{5} x\left(\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}\right)dx + \int_{5}^{+\infty} 0x\,dx$ (0,5)

$= \left[\frac{x^3}{12} - \frac{x^2}{4}\right]_1^5$ (0,5) $= \left[\frac{125}{12} - \frac{25}{4}\right] - \left[\frac{1}{12} - \frac{1}{4}\right] = \frac{124}{12} - 6 = \frac{124-72}{12} = \boxed{\frac{52}{12}}$ (0,5)

- أعطي عبارة دالة التوزيع

$x < 1 \Leftrightarrow F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du = \int_{-\infty}^{x} 0\,dx = 0$ (0,25)

$1 \le x < 5 \Leftrightarrow F(x) = \int_{-\infty}^{1} 0\,dx + \int_{1}^{x}\left(\frac{u}{4} - \frac{1}{2}\right)du$

$= \left[\frac{u^2}{8} - \frac{u}{2}\right]_1^x = \frac{x^2}{8} - \frac{x}{2} + \frac{3}{8}$ (0,5)

$x \ge 5 \Leftrightarrow F(x) = 1$ (0,25)

$$F(x) \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{x^2}{8} - \frac{x}{2} + \frac{3}{8} & 1 \le x < 5 \\ 1 & x \ge 5 \end{cases}$$ (0,5)

المركز الجامعي تيبازة (معهد العلوم الاقتصادية التجارية وعلوم التسيير) (2022-2023)(المدة:ساعة ونصف) الفوج:.....

امتحان السداسي الثاني في الإحصاء 2 للسنة الأولى (19-36):الاسم: .....اللقب: .....

التمرين الأول: إحصائيات لرصد نوعية السلع لمركز تجاري، تبين أن 46 % من السلع مصنوعة باليد(H)، والنسبة المتبقية لسلع من مصانع آلية(A). لوحظ أن 66 % من السلع اليدوية تقليدية (T) والباقي عصرية(M)، أما المصنوعة آليا فالسلع العصرية مقدرة بـ 52 % والمتبقية تقليدية. نسحب سلعة بطريقة عشوائية.

- أحسب احتمال أن تكون السلعة تقليدية(T):

$P(T)=P(T\cap H)+P(T\cap A)$ (0,5)

$=P(H).P(T/H)+P(A).P(T/A)=0,46.066+0,54(1-0,52)=0,5628$ (0,5)

- أحسب احتمال أن تكون السلعة عصرية (M):

$P(M)=1-P(T)=1-0,5628=0,4372$ (0,5) (0,5)

- لنفرض أن السلعة المسحوبة تقليدية، ما هو احتمال أن تكون:

- مصنوعة باليد:

$P(H/T)=\frac{P(H).P(T/H)}{P(T)}=\frac{0,46.0,66}{0,5628}=\frac{0,3036}{0,5628}=0,5394$ (0,5) (0,5)

- مصنوعة بالآلة:

$P(A/T)=\frac{P(A).P(T/A)}{P(T)}=\frac{0,54.0,48}{0,5628}=\frac{0,2592}{0,5628}=0,4605$ (0,5) (0,5)

التمرين الثاني: قطعة دائرية ذات وجهين، وجه أحمر وآخر أزرق، نرمي القطعة 5 مرات (القطعة متوازنة)، ليكن X عدد مرات الحصول على الوجه الأزرق:

- أعطي فضاء العينة Ω:

$\Omega=\{0,1,2,3,4,5\}$ (0,5) (2)

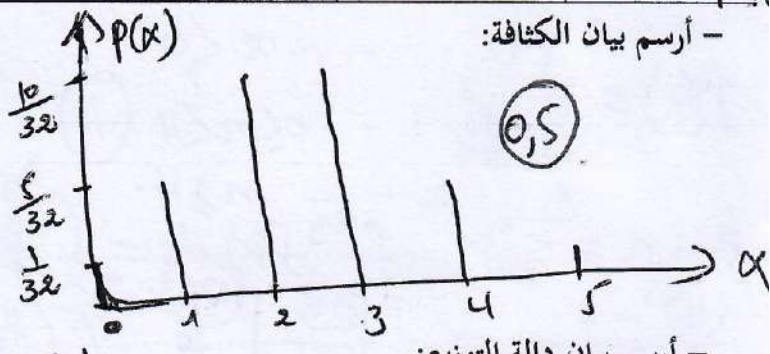
- أعطي التوزيع الاحتمالي لـ X:

x	0	1	2	3	4	5	Σ
$P(x)$	$C_5^0(\frac{1}{2})^5(\frac{1}{2})^0$	$C_5^1(\frac{1}{2})^4(\frac{1}{2})^4$	$C_5^2(\frac{1}{2})^2(\frac{1}{2})^3$	$C_5^3(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^2$	$C_5^4(\frac{1}{2})^4(\frac{1}{2})^1$	$C_5^5(\frac{1}{2})^5(\frac{1}{2})^0$	1
$xP(x)$	0	$5(\frac{1}{2})^5$	$20(\frac{1}{2})^5$	$30(\frac{1}{2})^5$	$20(\frac{1}{2})^5$	$5(\frac{1}{2})^5$	80
$x^2P(x)$	0	$5(\frac{1}{2})^5$	$40(\frac{1}{2})^5$	$90(\frac{1}{2})^5$	$80(\frac{1}{2})^5$	$25(\frac{1}{2})^5$	240
$F(x)$	$(\frac{1}{2})^5$	$6(\frac{1}{2})^5$	$16(\frac{1}{2})^5$	$26(\frac{1}{2})^5$	$31(\frac{1}{2})^5$	$32(\frac{1}{2})^5$	31

- أعطي دالة التوزيع:

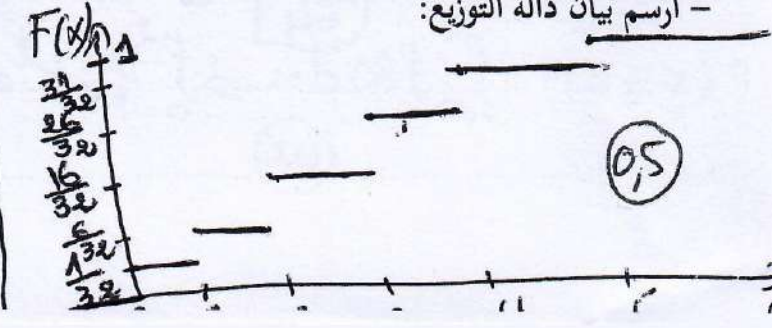
$$F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ \frac{1}{32} & 0\le x<1\\ \frac{6}{32} & 1\le x<2\\ \frac{16}{32} & 2\le x<3\\ \frac{26}{32} & 3\le x<4\\ \frac{31}{32} & 4\le x<5\\ 1 & x\ge 5\end{cases}$$ (1)

- أرسم بيان الكثافة:



(0,5)

- أرسم بيان دالة التوزيع:



(0,5)

- أحسب:

$E(X) = \sum_{x=0}^{5} x P(X=x) = 80\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{80}{32} = \frac{5}{2}$ (0,5) (0,5)

$V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \frac{240}{32} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{15}{2} - \frac{25}{4} = \frac{30-25}{4} = \frac{5}{4}$ (0,5)

$P(X \leq 2) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32} = F(2)$ (0,5) (0,25) (0,5)

$P(1 \leq x \leq 3) = P(X \leq 3) - P(X \leq 1) = F(3) - F(1) = \frac{26}{32} - \frac{6}{32} = \frac{20}{32}$ (0,5) (0,5) (0,25)

- إذا كانت القطعة غير متوازنة أي أن: احتمال الحصول على الوجه الأزرق هو P واحتمال الحصول على الوجه الأحمر هو $q=1-P$، بحيث $q \leq 1$ و $P \geq 0$، أعد كتابة دالة التوزيع الاحتمالي لـ X. (1)

X	0	1	2	3	4	5	Σ
P(x)	$C_5^0 P^0 q^5$	$C_5^1 P^1 q^4$	$C_5^2 P^2 q^3$	$C_5^3 P^3 q^2$	$C_5^4 P^4 q^1$	$C_5^5 P^5 q^0$	1

التمرين الثالث: ليكن X متغير عشوائي ممثلا بدالة الكثافة التالية:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{c}{8} x^2 & , 0 < x < 4 \\ 0 & , \text{si non} \end{cases}$$

- أوجد قيمة الثابت C:

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{0} 0\,dx + \int_{0}^{4} \frac{c}{8} x^2\,dx + \int_{4}^{+\infty} 0\,dx$ (0,5)

$= \left[\frac{c}{8} \cdot \frac{x^3}{3}\right]_0^4 = \frac{c}{24}(4)^3 \Leftrightarrow \frac{64c}{24} = 1 \Leftrightarrow \frac{8}{3}c = 1$ (0,5)

$c = \frac{3}{8}$

- أحسب توقع المتغيرة العشوائية $E(X)$:

$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{0} 0\,x\,dx + \int_{0}^{4} x \frac{3}{64} x^2\,dx + \int_{4}^{+\infty} 0\,x\,dx$ (0,5) (0,5)

$= \frac{3}{64}\left[\frac{x^4}{4}\right]_0^4 = \frac{3}{64} \cdot \frac{(4)^4}{4} = 3$ (0,5)

- أعطي عبارة دالة التوزيع:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \cdots x < 0 \\ \frac{x^3}{64} & \cdots 0 \leq x < 4 \\ 1 & \cdots x \geq 4 \end{cases}$$ (1)

- أحسب:

$P(1 < x \leq \frac{4}{3}) = \int_1^{4/3} f(x)\,dx = \int_1^{4/3} \frac{3}{64} x^2\,dx = \frac{3}{64}\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^{4/3}$ (0,5)

$= \frac{(4)^3 - 1}{64} = \frac{63}{64}$ (0,5)

$= F\left(\frac{4}{3}\right) - F(1)$ (0,5)

$P(x \leq 2) = \int_{-\infty}^{2} f(x)\,dx = \int_0^2 \frac{3}{64} x^2\,dx = \frac{3}{64}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{8}{64} = \frac{1}{8} = F(2)$

(0,5) (0,5)